

1. Halle, (y justifique), para cuales valores de la constante k el siguiente sistema: (10 pts.)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x + 3y + 4z = 1 \\ x + y + 2z = -1 \\ x + 3y + k^2z = k + 3 \end{cases}$$

- a) tiene una solución única;
b) tiene infinitas soluciones;
c) no tiene solución.
2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ (8 puntos)
- a) halle (en el caso que exista) la matriz inversa, A^{-1} o demuestre que no existe;
b) resuelva el sistema de ecuaciones lineales $Ax = \mathbf{b}$
3. Calcule el determinante de la matriz: (6 puntos)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+a & 1+a & 1+a \\ 0 & 1 & 1+b & 1+2b \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

usando, en forma conveniente, las propiedades de los determinantes.

4. sean A, B matrices cuadradas de tamaño $n \times n$, sea B una matriz diagonal y sea $C = A^t B A$; **demuestre** que entonces C es una matriz simétrica. (6 puntos)